一种基于马尔科夫模型的卫星剩余使用寿命预测方法

张中方[*]，全权，蔡开元

北京航空航天大学自动控制系，北京 100191

摘 要:健康管理系统对实现卫星安全性、可靠性和经济适用性具有重要意义.针对卫星系统自身的特点，建立一个马尔科夫模型来描述其运行健康状态的转移情况，通过对历史数据的统计分析，运用最小二乘估计得到系统的状态转移概率矩阵，从而实现对卫星系统剩余使用寿命的估计，最后通过算例分析说明了方法的可行性.

关键词: 卫星,健康管理,马尔科夫模型,最小二乘估计,剩余使用寿命.

A Method for Satellite Residual Service Life PredictionBased on Markov Model

ZHANG Zhong-Fang, QUAN Quan, Kai-Yuan CAI

Department of Automatic Control, Beihang University, Beijing 100191

Abstract: Health management system is significant for satellite to achieve the requirements, reliability and economics. According to the characteristic of spacecraft system, this paper builds a Markov model to describe the transfer of the satellite health state, by analyzing the historical date, the method uses the least square estimation to get the transition probability matrix of the system. And then to estimate the residual service life of the system. At last the analysis of example shows that the method is feasible.

Key Words: Satellite, Health Management, Markov Model, Least Square Estimation, Residual Service Life

1 引言

随着航天技术的发展，航天器的安全性与可靠性以及航天器后勤保障体系的高效性和经济性等越发成为发展航天技术无法回避的问题[1-2]. 为此应运而生的故障预测与健康管理（health management，HM）技术得到了航天界广泛的关注, 该技术能够帮助设计人员、生产人员和维护人员等动态地理解航天器系统的健康状态，帮助他们及时发现系统可能存在的故障，制定解决方案，管理航天器运行生命周期，最大限度的加长航天器服役寿命，保障航天器完成预期任务的能力.

卫星作为典型的空间航天器，在通信、导航、测绘、气象预测等方面都有着极其重要的应用.我国是一个卫星使用大国，以北斗导航星系为例，目前成功在轨使用的数量已经到达了12颗，并计划最终实现35颗同时在轨的导航星座系统.面对数量众多的在轨卫星，如何保障其安全可靠运行完成预期任务，就成为了卫星在轨管理的重要研究方向.

在国外，HM技术已经在航空航天等领域的高科技国防项目中得到实际工程应用，目前美国正在积极地将HM技术引入到民用工业生产中；而在国内，HM技术仍旧停留在方案论证和框架研究阶段，至今没有公认有效的技术方法可以应用于实际工程[3-6]. 所以，为了满足航天技术的发展要求，缩小与航天大国的技术差距，就亟需研究一种切实有效的健康管理方法应用于航天领域.

健康管理技术的核心是对系统运行状态的评估和预测.马尔科夫模型作为一种时间序列的统计模型，在信号处理、图像处理、模式识别等方面已得到广泛应用，对于周期监测来说，马尔科夫模型可以很好的描述系统的状态转移情况.近年来，部分学者将各种马尔科夫模型应用于机械设备的故障诊断和预测[7]-[9]. 但对于卫星这类寿命分布未知、退化机理复杂的系统，仍存在一些应用困难.本文针对卫星系统特点，通过建立马尔科夫模型来描述卫星系统的健康状态转移过程，以卫星运行的历史数据为基础，运用最小二乘估计求解得到系统的状态转移矩阵，最后对系统的剩余使用寿命进行预测并通过算例分析验证了该方法的可行性.

2 健康管理的行为

航天器健康管理是指与系统健康状态相关的管理活动，这里的健康状态描述了构成系统、子系统以及其部件执行其预期功能的能力.即了解航天器服役时期各组成部件的工作状态，在出现功能失灵时将其恢复到正常状态，在系统故障后将安全风险降至最小，

此项工作得到：国家自然科学基金资助项目(61104012)、教育部博士点基金资助项目(20111102120008)资助.

*通讯作者,张中方 E-mail: zhangzhongfang@asee.buaa.edu.cn

并最大程度的完成既定任务.健康管理以诊断、预测为主要手段，通过智能和自主隔离故障，根据系统情况实时制定运行、维修策略.

航天器健康管理技术的思想是利用先进的传感器技术获取部件的物理参数信息，通过各种算法对数据进行特征提取，进而得到系统的健康状态特征，以实现对系统健康状态的监控和预测.围绕航天器整个生命周期，健康管理主要有以下四个行为：

1.状态监测：状态监测是航天器健康管理最基础的部分，需要实时的了解系统的运行状态，检测各部件、子系统和系统是否有故障发生.

2.寿命预测：相比于以故障诊断为基础的航天器管理活动，健康管理更加注重预测技术的实现，通过不断分析状态监测的结果，对系统的剩余寿命进行预测，在系统发生失效前，及时发现可能失效的部件.

3.智能决策：对于不可修系统，在故障尚未发生时提前制定相应的运行策略，降低故障影响.对于可修系统要及时制定维修策略，保证系统健康运行的情况下，最大限度的减少维修成本.

4.验证：证明状态监测与寿命预测的正确性，故障隔离、修复策略的有效性.

因此，为了满足健康管理定义中所蕴含的四个主要行为，健康管理系统的结构通常如图1所示：

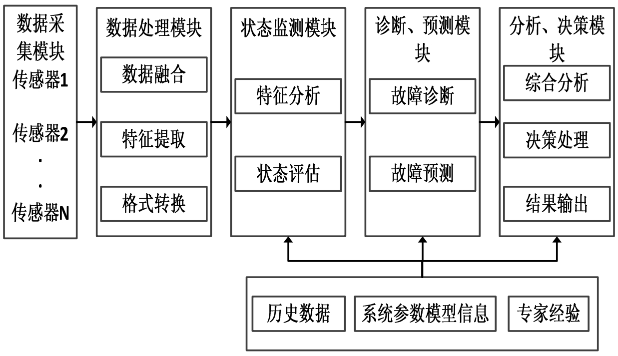

图1.航天器健康管理系统结构图

3 基于马尔科夫模型的卫星健康管理方法

3.1问题描述

卫星运行环境极为复杂，为了增强运行的可靠性与安全性，保障其正常运行完成预期任务，卫星系统内重要设备都进行了冗余配置，因此，卫星可以降级运行.为了精确的表现卫星运行的健康情况，将卫星的运行状态分为不同的等级.

卫星系统的性能变化过程，能够通过卫星下载的遥测参数的数值变化表现出来.设 $f(t)$ 是表示某设备或分系统性能的状态参数在 t 时刻的数值.若用 $S(t)$ 表示在 t 时刻设备或分系统所处的健康状态，则：

$$S(t)=\begin{cases} S_1 & f(t)\in(a_0,a_1] \\ S_2 & f(t)\in(a_1,a_2] \\ \vdots & \\ S_n & f(t)\in(a_{n-1},a_n] \end{cases}$$

其中 a_i 为状态阈值，可以由专家经验给出，也可以通过历史数据进行特征提取得到.

卫星系统健康管理的目的就是通过系统特征参数的变化来反映系统性能的变化并预测系统的剩余使用寿命.

3.2模型的建立

假设卫星系统健康状态的转移情况具有后无效性，即卫星在已知过程的“现在状态 $S(t_n)=S_i$ ”的条件下，“将来状态 $S(t_{n+1})$ ”的条件概率分布与“过去状态”没有直接关系，相对工程应用，这种假设是可以接受的，则系统的运行状态的转移过程可以用马尔科夫过程来描述，如图2所示.

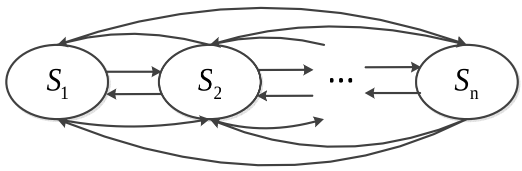

图2 健康状态转移过程

记健康状态的一步转移概率为：

$$p_{ij}(t_m)=p\{S(t_{m+1})=j|S(t_m)=i\}(i,j=1,2,...,n)$$

它表示系统在 t_m 时刻从状态 S_i 经过一次转移到状态 S_j 的概率.由所有一步转移概率组成的矩阵称为状态转移概率矩阵，形式如下：

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

由转移概率性质可知：

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} p_{ki}=1 \quad k\in n \\ 0\le p_{ij}\le 1 \end{cases}$$

3.3转移概率矩阵的统计推断

系统的健康状态转移概率表现了系统健康变化的未来趋势，是系统重要的健康特征.一般情况下，系统的转移概率矩阵可以通过加速老化试验数据分析求解，但对于卫星系统而言，由于其造价昂贵，很多设备不便进行类似毁灭性试验.同时，鉴于卫星系统故障模型难以精确建立，其状态转移概率矩阵更适合基于历史数据的统计推断方法进行求解.本文设计了一种基于历史数据的最小二乘法来估计卫星系统的状态转移概率矩阵.

假设将卫星的健康状态分为 n 级，将同型号同轨道运行的卫星分为 m 组，对每组进入同一使用年限的特征参数进行观测和统计，选取统计步长 Δ_t，记 $A=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}, B=\left[b_{ij}\right]_{m\times n}$，$i,j=1,2,\ldots,m$，其中 a_{ij},b_{ij} 分别表示在 Δ_t,Δ_{t+1} 相邻两统计周期内第 i 组属于 j 级的比例.步长的选择较短则预测结果有着很好的灵活性，但在较短的步长内健康状态的变化较小，有限的数据往往难以灵敏的地反映出这样细微的变化，所以步长应该选择合适的时间跨度.

若已知第 i 组相邻两采样周期内的数据统计结果，A_i，B_i，记：

$$A_i=\left[a_{i1}\quad a_{i2}\quad \cdots \quad a_{in}\right] \quad A_i\in R^n$$

$$B_i=\left[b_{i1}\quad b_{i2}\quad \cdots \quad b_{in}\right] \quad B_i\in R^n$$

若系统特征参数的采样周期为 t，在一个统计周期内，$\Delta_t=N\cdot t$，即每个统计周期内包含 N 个采样周期，每个采样周期可以跟据特征参数的值确定系统所处的健康等级，即系统在一个统计周期内共有 N 个状态.记 N_{ij} 为在一个统计周期内，第 i 组处于第 j 的状态总数，则 $a_{ij}=\dfrac{N_{ij}}{N}$，同理在下一个统计周期内可以求得 b_{ij}.

A_i,B_i 应满足一步转移概率关系，即：

$$A_iP=B_i$$

同理，所有其它组也满足此关系，即：

$$AP=B$$

为将其整理成最小二乘标准形式，对上式进行拉直和直积运算，整理得：

$$\left(I_n\otimes A\right)\cdot \mathrm{vec}\left(P\right)=\mathrm{vec}\left(B\right)$$

其中记：$C=I_n\otimes A$

则一步转移概率 P 的约束最小二乘估计的标准形式为：

$$\min_{vec(p)}\frac{1}{2}\left\|C\cdot vec\left(P\right)-vec\left(B\right)\right\|^2$$

$$0\le p_{ij}\le 1 \quad i,j\in n$$

$$\sum_{j=1}^{n}p_{kj}=1\left(k=1,2,\ldots,n\right)$$

若假定马尔科夫满足齐次性，即：

$$P\left\{X\left(t_{m+1}\right)=j\mid X\left(t_m\right)=i\right\}=P\left\{X\left(t_{k+1}\right)=j\mid X\left(t_k\right)=i\right\}=p_{ij}$$

其中 t_m,t_k 为任意两个不等的时间参数.还可以采用等时距分组统计的方法进行转移概率矩阵的最小二乘估计.记 z_{ij} 为 Δ_i 时段内处于 j 级的比例.并令：

$$A=[z_{ij}]_{(m-1)\times n}\quad (i=1,2,\ldots,m-1)$$

$$B=[z_{ij}]_{(m-1)\times n}\quad (i=2,3,\ldots,m)$$

同理运用上面所述最小二乘方法一样可以求解得到状态转移概率矩阵 P.

2.4 稳态概率和剩余寿命的求解

由于航天器运行环境一般比较复杂，航天器运行过程中受多种因素影响，状态的转移具有很强的随机性, 将航天器状态转移看作随机过程，得到状态转移概率矩阵后，就可利用马尔科夫模型的平稳过程计算设备或系统的稳态概率 X , X 是与运行状态相对应的 n 维向量，$X=\left[p_1\quad p_2\quad \cdots \quad p_n\right]$，$p_i$ 对应于状态 $S\left(t\right)=S_i$，表示系统稳定在状态 S_n 的概率.

若 X 表示系统的稳态概率，由文献[10]中所述马尔科夫平稳分布性质可得：

$$\begin{cases} X\cdot P=X \\ \sum_{i=1}^{n}p_i=1 \\ p_i>0 \end{cases}$$

由以上三式可解得系统稳态概率 X，若 S_1 表示系统最健康的状态，则 p_1 越大说明系统稳定在健康的状态的概率越大.

系统的剩余使用寿命描述了系统还可以正常使用的时间，是系统健康状态的重要指标.系统处于越健康的状态，系统的剩余使用寿命越长.设系统当前状态为 $S_i(i\in n)$，系统状态向量为:

$$s=\left[s_1\quad s_2\quad \cdots \quad s_i\quad \cdots \quad s_n\right]\ \text{其中}\quad s_i=1, s_{j\neq i}=0$$

设定失效阈值 P_λ，若系统经过 n 步转移后，处于 S_n 的概率大于失效阈值 P_λ，则认定系统已完全失效，假设系统的状态转移过程具有齐次性，则满足下式：

$$\begin{cases} s_n=sP^n \\ s_{n-1}=sP^{n-1} \\ s_n\left(n\right)\ge P_\lambda \\ s_{n-1}\left(n\right)\le P_\lambda \end{cases}$$

解出满足上式的 n 后，若步长时间为 Δ_t 则剩余寿命为 $n\cdot\Delta_t$.

稳态概率和寿命预测是对系统未来健康变化趋势的预测，通过对其求解可以帮助我们及时制定合理的运行维修策略，保障其完成预期任务的能力，减少运行维修成本.

4 算例分析

为说明本方法在卫星健康管理中的应用效果，以下选取某型号在轨卫星的历史数据进行仿真分析.将卫星运行的健康情况分为四个等级，即状态空间为 $S=\left\{S_1\quad S_2\quad S_3\quad S_4\right\}$，其中 S_1 表示系统处于最健康状态的等级，S_4 为系统完全失效的等级，划分状态阈值由专家经验给出.首先将该型号相同运行轨道的卫星分为四组，选取某年已有历史数据，分为上下两个半

年进行统计处理，即选择步长时间 $\Delta_t = 0.5year$.得到每个时距内各组卫星处于不同状态的概率如下表：

表 1.上半年系统状态概率表

组别	S_1	S_2	S_3	S_4
1	0.875	0.082	0.039	0.004
2	0.893	0.071	0.031	0.005
3	0.903	0.066	0.027	0.004
4	0.886	0.077	0.035	0.002

表 2.下半年系统状态概率表

组别	S_1	S_2	S_3	S_4
1	0.798	0.133	0.047	0.023
2	0.814	0.125	0.039	0.022
3	0.824	0.121	0.035	0.020
4	0.808	0.129	0.043	0.020

由表可得：

$$A = \begin{bmatrix} 0.875 & 0.082 & 0.039 & 0.004 \\ 0.893 & 0.071 & 0.031 & 0.005 \\ 0.903 & 0.066 & 0.027 & 0.004 \\ 0.886 & 0.077 & 0.035 & 0.002 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.798 & 0.133 & 0.047 & 0.023 \\ 0.814 & 0.125 & 0.039 & 0.022 \\ 0.824 & 0.121 & 0.035 & 0.020 \\ 0.808 & 0.129 & 0.043 & 0.020 \end{bmatrix}$$

对 A, B 进行最小二乘估计，可求得系统的状态转移概率矩阵 P 如下：

$$P = \begin{bmatrix} 0.912 & 0.071 & 0.010 & 0.007 \\ 0 & 0.864 & 0.100 & 0.036 \\ 0 & 0 & 0.737 & 0.263 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

通过分析状态转移概率矩阵，系统在当前时段内若处于最健康的状态 S_1，则会有极大的几率（91%）停留在该状态，即依旧保持最健康的状态运行. P 的下三角元素均为 0，说明系统一旦处于较差的健康状态，只会维持在该状态或退化到更差的状态而不会向较好的健康状态转移，符合卫星系统的不可修特性.

在求得卫星的状态转移矩阵后，可以系统的剩余使用寿命进行预测.设系统当前处于最健康的级别，即系统的状态向量 $s = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$.选取失效阈值 $P_\lambda = 0.9$，计算可得当系统以 P 为状态转移概率矩阵时，经过 $n = 32$ 步时，$s(4) \ge 0.9$，系统已无法正常使用.此时系统的剩余使用寿命为：

$$n \cdot \Delta_t = 32 \times 0.5 = 16 year$$

即系统还可以使用12 年.在此后12 年中，系统处于 S_1 和 S_4 状态的概率变化如图3所示.

由图可知，系统处于最健康状态 S_1 的概率逐年下降，而处于完全失效状态 S_4 的概率逐年上升，最终超过失效阈值，符合系统的退化过程.

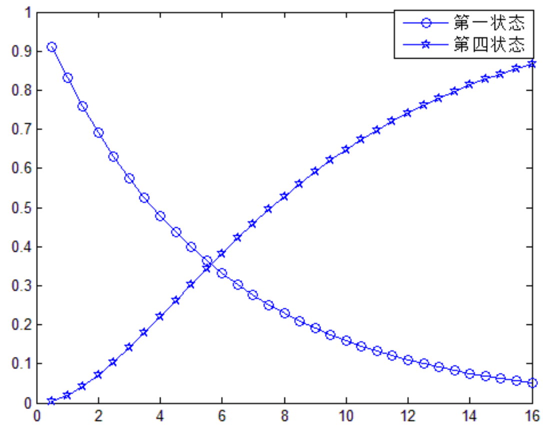

图3.系统所处状态概率变化图.其中纵坐标表示系统处于某一状态的概率，横坐标单位为年，表示系统的剩余寿命.

同时，我们由系统的状态转移概率求得系统的稳态概率：

$$X = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

即系统最终将稳定在 S_4 的状态完全失效，从另一方面验证了寿命预测结果的正确性.

5 结论

随着我国航空航天技术的不断发展，卫星的种类和数量不断增加，空间应用需求不断提高，将卫星的可靠性和使用寿命上升到了更高的标准.因此，发展卫星的健康管理技术具有很强的现实意义和经济效益.本文为卫星健康管理技术的成功应用，提出了一个合理的方法.将卫星系统的运行过程看作离散的随机过程，并运用马尔科夫模型加以描述，针对卫星的自身特点，提出了一种最小二乘估计法对其状态转移概率进行统计推断，并利用所得结果预估系统的稳态概率和剩余使用寿命，评估系统运行的健康状态，为卫星运行策略的制定提供依据，最后通过仿真验证了该方法可行、有效.

参考文献

[1] Gordon B, Aaseng G. Blueprint for an integrated vehicle health management system. *Digital Avionics Systems, 2001. DASC. 20th Conference*, 2001:1-11.

[2] Scandura P A. Integrated vehicle health management as a system engineering discipline. *Digital Avionics Systems Conference, 2005. DASC .2005. The 24th*, 2005:10pp.

[3] ZENG Sheng-kui, Michael G P, WU Ji. Status and Perspectives of Prognostics and Health Management Technologies. ACTA Aeronature et Astronautia Sinica ,2005, 26(5):626-632.

[4] 孙博, 康锐, 谢劲松. 故障预测与健康管理系统研究和应用现状综述. **系统工程与电子技术**, 2007, 29(10):1762-1767.

[5] Eli D. Introduction to the special section on prognostics and health management. *IEEE Trans. on Reliability*, 2009, 58(2):262-263.

[6] John W S, Mark A K, Timothy J W. IEEE standards for prognostics and health management. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2009, 24(9):34-41.

[7] 胡海峰,安茂春,秦国军等. 基于隐半Markov模型的故障诊断和故障预测方法研究. **兵工学报**. 2009(1).

[8] Blims J A .A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter for Guassian mixture and hidden Markov model. *Technical Report, University of Berkeley*. 1998.

[9] Lee J M, Kim S J, Hwang Y, et al. Diagnosis of mechanical fault siganls using continuous Hidden Markov model. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 27(6):1065-1080.

[10] 张福渊 郭绍建 萧亮壮 傅丽华. **概率统计及随机过程**. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000.