

# 基于自由运动的一维标定物的多摄像机标定

付强<sup>1</sup>, 全权<sup>1,2</sup>, 蔡开元<sup>1</sup>

1. 北京航空航天大学自动控制系, 北京 100191

2. 北京航空航天大学虚拟现实技术与系统国家重点实验室, 北京 100191

E-mail: fq@asee.buaa.edu.cn, qq\_buaa@asee.buaa.edu.cn, kycai@buaa.edu.cn

**摘要:** 因为一维标定具有简单直观, 易于实现, 标定效率高等优点, 本文提出了一种用一维标定物标定多摄像机内、外参数的方法。该方法假定各摄像机主点位于像面中心, 利用基本矩阵及一维标定物上特征点之间距离的约束, 采用线性和非线性优化相结合的方法同时估计两摄像机的内参数和外参数。两两标定完成后, 给出了多摄像机内、外参数统一的方法。仿真结果表明本文的方法具有较好的鲁棒性和标定精度。

**关键词:** 多摄像机, 标定, 一维标定物, 自由运动

## Multi-camera Calibration Based on Freely Moving One Dimensional Object

FU Qiang, QUAN Quan, CAI Kai-Yuan

1. Department of Automatic Control, Beihang University, Beijing 100191, P. R. China

2. State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and Systems, Beihang University, Beijing 100191, P. R. China

E-mail: fq@asee.buaa.edu.cn, qq\_buaa@asee.buaa.edu.cn, kycai@buaa.edu.cn

**Abstract:** Since the one-dimensional calibration scheme has the advantages of simplicity, intuition, efficiency and high feasibility, we propose a novel method to calibrate internal and external parameters of multi-camera by using one-dimensional calibration wand. The method assumes that the principal point of each camera lies on the center of image plane. Then, using information of the fundamental matrix and constraints of distance between two feature points on the calibration wand, the internal and external parameters of a pair of cameras are simultaneously estimated by implementing a combination of linear solutions and nonlinear optimizations. After the pair-wise calibration, a scheme of global calibration of multi-camera system is proposed. Finally, simulation results show that this calibration method is quite robust and accurate.

**Key Words:** Multi-camera, Calibration, One-dimensional calibration object, Free motion

### 1 引言(Introduction)

随着计算机技术的发展和摄像机成本的下降, 多摄像机系统大量地出现在航空航天领域, 例如室内小型无人机飞行实验、室内导弹实验、机器人导航、航空航天精密元件的测量等。然而, 在使用多摄像机系统时, 往往要先进行一项很重要的工作——多摄像机标定。为了节省时间和消除分开标定带来的积累误差, 人们期望能同时完成多摄像机的内参数和外参数标定。近年来计算机视觉领域的有关研究者对此问题开展了一些研究。根据使用的标定物的不同, 可将标定方法大致分成四类: 点标定<sup>[1]</sup>、一维标定<sup>[2-7]</sup>、介于二维与三维之间的标定<sup>[8]</sup>和二维标定<sup>[9]</sup>。和其它三种方法相比, 一维标定的优点是标定物结构简单、制作容易、不易遮挡、使用方便等; 难点在于既要最大程度地方便人使用, 又要尽可能地提高算法的鲁棒性和标定精度。因此, 一维标定近来受到广泛关注。

国内, 王亮等<sup>[2]</sup>提出了当一维标定物做任意刚体运动时, 线性地标定多摄像机内参数的方法, 但是该方法要求一维标定物处于所有摄像机的公共视场内。刘震等<sup>[3]</sup>基于交比不变性原理和一维靶点共线的特点, 提出了一种多视觉传感器全局校准方法, 并通过捆绑调整方式得到各视觉传感器坐标系之间转换矩阵的最优解, 但该方法是在多摄像机内参数已知的情况下, 仅标定多摄像机的外参数。张灵飞等<sup>[4]</sup>针对超过3台的多摄像机应用场合的摄像机在线校准和校准物自遮挡问题, 将一维校准参考物从做某种特殊运动推广到不受限的自由运动, 只需将装有三个红外反光标准球的刚性球杆在测量空间内多次随意移动, 即可校准出多摄像机的内、外参数, 但该方法仍要求一维标定物要同时被所有的摄像机都能看到。

国外, Zhang<sup>[5]</sup>首先提出了一维标定的方法。他给出的方法是: 由三个或三个以上彼此之间距离已知的共线点构成一维标定物, 拍摄六幅或六幅以上的一维标定物不同位姿的图像以实现多摄像机的标定, 但该方法需要固定其中一个点, 只允许一维标定物绕该

此项工作得到“唯实”人才培育基金(YWF-11-03-Q-013)和国家自然科学基金(60904066)资助。

固定点旋转。Mitchelson等<sup>[6]</sup>提出了一种基于一维标定物且不需限定一维标定物在所有摄像机的公共视场内运动的多摄像机内、外参数标定方法。他们先进行两两标定,假设两摄像机主点已知或有合理的估计值,计算出其它内参数和外参数的初始值,然后利用迭代捆绑调整方法对所有摄像机内、外参数进行优化,求取这些参数的精确值。Kurillo等<sup>[7]</sup>研究了内参数已知的情况下,多摄像机外参数的初始求取和全局优化问题。

在Mitchelson, Kurillo和张灵飞等人研究的基础上,本文提出了一种用一维标定物标定多摄像机内、外参数的方法。在本文的方法中,假定各摄像机的主点位于像面中心(仿真结果证实了这一假设的合理性),根据多摄像机拍摄的一维标定物图像,先进行两两标定,然后再统一求解多摄像机的内、外参数。

相比于Mitchelson等人的方法,本文方法中采用的非线性优化目标函数形式更简单,减少了待优化变量的个数;相比于张灵飞等人的方法,本文方法不需限制一维标定物要在所有摄像机的公共视场内运动,且非线性优化目标函数中用到了图像上所有点的信息,算法的鲁棒性更好。相比于Kurillo等人的方法,本文在统一求解多摄像机的外参数时,不是以某一摄像机坐标系为世界坐标系,而是把世界坐标系放在多摄像机环绕区域大约中心位置处的直角三角板上,这样更容易找到水平位置。

## 2 多摄像机成像模型(Multi-camera Imaging Model)

如图1所示,假设空间中任意一点  $A$  的世界坐标为  $[X \ Y \ Z]^T$ , 它在第  $i$  号 ( $i=0, 1, \dots, n-1$ ) 摄像机图像平面中的投影点为  $a_i$ , 设二维图像点  $a_i$  的坐标为  $[u_i \ v_i]^T$ 。记  $\tilde{m}_i = [u_i \ v_i \ 1]^T$ ,  $\tilde{M} = [X \ Y \ Z \ 1]^T$ , 根据摄像机的针孔成像模型有:

$$s_i \tilde{m}_i = K_i [R_i \ t_i] \tilde{M}$$

$$K_i = \begin{bmatrix} f_i & 0 & u_{0i} \\ 0 & \tau_i f_i & v_{0i} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中,  $s_i$  为不为零的比例因子,  $K_i$  为第  $i$  号摄像机的内参数矩阵,  $(u_{0i}, v_{0i})$  为第  $i$  号摄像机的主点坐标,  $f_i$  为第  $i$  号摄像机的有效焦距,  $\tau_i$  为第  $i$  号摄像机像面的高宽比,  $f_i$ 、 $\tau_i$ 、 $u_{0i}$ 、 $v_{0i}$  一起构成了第  $i$  号摄像机的内参数。  $[R_i \ t_i]$  为外参数矩阵,  $R_i$ 、 $t_i$  分别为世界坐标系到第  $i$  号摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量。  $R_i$ 、 $t_i$  一起构成了第  $i$  号摄像机的外参数。如果世界坐标系和第  $i$  号摄像机坐标系重合, 则有  $[R_i \ t_i] = [I \ 0]$ 。另外,  $K_i [R_i \ t_i]$  称为第  $i$  号摄像机的

投影矩阵, 一维标定物由三个点  $A, B, C$  组成, 并且  $\|A-C\|=L, \|A-B\|=L_1, \|B-C\|=L_2$ 。

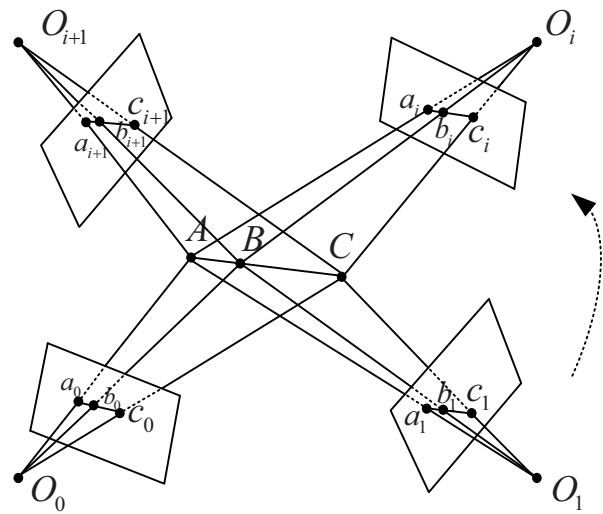


图1 一维标定物在各摄像机图像平面上成像的示意图

## 3 标定原理(Calibration Principle)

本文中假定各摄像机主点  $(u_{0i}, v_{0i})$  位于像面中心, 高宽比  $\tau_i$  为1, 因此, 多摄像机标定的任务就简化为: 确定各摄像机的有效焦距  $f_i$  和世界坐标系到第  $i$  号摄像机坐标系的旋转矩阵  $R_i$  和平移向量  $t_i$ 。

算法先是进行两两标定: 先将两图像坐标系的原点平移到主点, 针对平移后的图像点坐标, 用归一化8点法求出基本矩阵  $F$ , 继而求出极点  $e$ , 然后利用极点  $e$  对所有图像点进行坐标变换, 解出简化的基本矩阵  $F_e$ , 利用  $F_e$  的矩阵分量和极点  $e$  就可求出两个摄像机的有效焦距。内参数确定以后, 接着可求出本质矩阵  $E$ , 对其进行奇异值分解后得到旋转矩阵  $R$  和比例因子意义下的平移向量  $\tilde{t}$ 。之后利用三角法确定一维标定物两端点的重建坐标和距离  $\tilde{L}$ , 与标准距离  $L$  对比以确定比例因子  $\lambda$ 。最后通过求解非线性优化函数的最小值获得内外参数的准确值。两两标定完成以后, 再统一求解多摄像机的内参数和外参数。不失一般性, 下面先以第0号和第1号摄像机为例具体阐述两两标定的原理, 然后再介绍多摄像机内、外参数统一的原则。

### 3.1 求解有效焦距(Solution of the Effective Focal Length)

将图像坐标系的原点平移到主点, 摄像机内参数矩阵可变为:

$$\tilde{K}_0 = \text{diag}(f_0, f_0, 1) \quad \tilde{K}_1 = \text{diag}(f_1, f_1, 1)$$

针对平移后的图像点坐标, 利用归一化8点法<sup>[10]</sup>可以求解出基本矩阵  $F$ , 设  $e_0 = [e_{01} \ e_{02} \ e_{03}]^T$  和

$e_1 = [e_{11} \ e_{12} \ e_{13}]^T$  分别为第0号和1号摄像机的极点, 由

$$F e_0 = 0, \quad F^T e_1 = 0$$

分别求得两极点坐标, 然后通过以下旋转矩阵  $T_0$  和  $T_1$  使得  $e_0 = [\hat{e}_{01} \ 0 \ \hat{e}_{03}]^T$  和  $e_1 = [\hat{e}_{11} \ 0 \ \hat{e}_{13}]^T$ :

$$T_0 = \begin{bmatrix} \frac{e_{01}}{\sqrt{e_{01}^2 + e_{02}^2}} & \frac{e_{02}}{\sqrt{e_{01}^2 + e_{02}^2}} & 0 \\ \frac{e_{02}}{\sqrt{e_{01}^2 + e_{02}^2}} & -\frac{e_{01}}{\sqrt{e_{01}^2 + e_{02}^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{e_{11}}{\sqrt{e_{11}^2 + e_{12}^2}} & \frac{e_{12}}{\sqrt{e_{11}^2 + e_{12}^2}} & 0 \\ \frac{e_{12}}{\sqrt{e_{11}^2 + e_{12}^2}} & -\frac{e_{11}}{\sqrt{e_{11}^2 + e_{12}^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

图像旋转以后, 基本矩阵由  $F$  变为  $F_e = T_1^{-T} F T_0^{-1}$ 。根据Hartley自标定方法<sup>[11]</sup>, 由于摄像机内参数矩阵的简化和两极点坐标的特殊形式,  $F_e$  矩阵可以表示为如下简化形式:

$$F_e \approx \begin{bmatrix} \hat{e}_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_1 \\ c_3 & c_4 & c_3 \\ c_1 & c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{03} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_{03} \end{bmatrix}$$

其中  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ 、 $c_4$  为实数, 由上式可以计算出两摄像机有效焦距的初始值:

$$f_0 = \sqrt{\frac{-c_1 c_3 \hat{e}_{01}^2}{c_1 c_3 \hat{e}_{03}^2 + c_2 c_4}}$$

$$f_1 = \sqrt{\frac{-c_1 c_2 \hat{e}_{11}^2}{c_1 c_2 \hat{e}_{13}^2 + c_3 c_4}}$$

### 3.2 求解两摄像机之间的外参数(Solution of External Parameters between Two Cameras)

假设以第0号摄像机为基准,  $E$  为两摄像机之间的本质矩阵, 当两摄像机的内参数矩阵  $\tilde{K}_0$ 、 $\tilde{K}_1$  暂时确定后, 根据  $E = \tilde{K}_1^T F \tilde{K}_0$  可以求得  $E$ 。对  $E$  矩阵进行奇异值分解, 可以求得两摄像机之间的旋转矩阵  $R_1$  和带有比例因子的平移向量  $\tilde{t}_1$ 。若  $E$  的奇异值分解为  $E = USV^T$ , 设

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

则  $R_1$ 、 $\tilde{t}_1$  有如下四种可能解<sup>[12]</sup>:

$$(R_1, \tilde{t}_1) = \begin{cases} (UWV^T, U(0,0,1)^T) \\ (UWV^T, -U(0,0,1)^T) \\ (UW^T V^T, U(0,0,1)^T) \\ (UW^T V^T, -U(0,0,1)^T) \end{cases}$$

可以使用以下条件判断出正确的组合<sup>[13]</sup>:

- (1) 一维标定物上的特征点在空间中必然位于两摄像机的前方, 即重建出来的空间点的  $z$  坐标恒为正。
- (2) 根据两摄像机的位置关系可以判断  $\tilde{t}_1$  的符号。

例如, 若  $R_1$  和  $\tilde{t}_1 = [\tilde{t}_{1x} \ \tilde{t}_{1y} \ \tilde{t}_{1z}]^T$  表示的是从左摄像机到右摄像机的欧式变换, 则有  $\tilde{t}_{1x} < 0$ 。

前面求解本质矩阵时, 假设  $\|\tilde{t}_1\| = 1$ , 这样求出来的平移向量  $\tilde{t}_1$  与真实的平移向量  $t_1$  差一个比例因子。由于一维标定物的两端点的真实距离  $L$  已知, 利用前面求出的两摄像机的内参数和外参数, 可以重建出两端点的空间三维坐标, 从而得到重建意义上的两端点距离  $\tilde{L}$ 。计算出每组图像对应的比例因子, 最后取平均值作为最终的比例因子, 即

$$\lambda = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{L}{\tilde{L}_i}$$

其中  $N$  为图像组数, 最终有:

$$t_1 = [t_{1x} \ t_{1y} \ t_{1z}]^T = \lambda \tilde{t}_1$$

### 3.3 两摄像机内外参数的非线性优化(Nonlinear Optimization of Internal and External Parameters between Two Cameras)

由于噪声等因素的影响, 空间点在图像平面的成像点存在误差, 因此重建出来的特征点空间三维坐标也存在误差, 从而导致重建得到的三个特征点间存在距离误差和共线误差:

$$g_1(f_0, f_1, r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}, t_{1x}, t_{1y}, t_{1z}) = |L_1 - d_1(A_i^r, B_i^r)| \quad (1)$$

$$g_2(f_0, f_1, r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}, t_{1x}, t_{1y}, t_{1z}) = |L_2 - d_2(B_i^r, C_i^r)| \quad (2)$$

$$g_3(f_0, f_1, r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}, t_{1x}, t_{1y}, t_{1z}) = |L - d(A_i^r, C_i^r)| \quad (3)$$

$$g_4(f_0, f_1, r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}, t_{1x}, t_{1y}, t_{1z}) = |d(A_i^r, C_i^r) - d_1(A_i^r, B_i^r) - d_2(B_i^r, C_i^r)| \quad (4)$$

其中,  $r_{1x}$ 、 $r_{1y}$ 、 $r_{1z}$  为旋转矩阵  $R_1$  的Rodrigues表示形式。  $A_i^r$ 、 $B_i^r$  分别为利用第  $i$  组图像得到的  $A$ 、 $B$  空间重建点坐标,  $d_1$  为点  $A_i^r$ 、 $B_i^r$  之间的重建距离,  $d_2$  为点  $A_i^r$ 、 $C_i^r$  之间的重建距离,  $d_3$  为点  $B_i^r$ 、 $C_i^r$  之间的重建距离。

另外, 如果投影矩阵的估计存在偏差, 由投影矩阵计算得到的基本矩阵将不满足极线约束条件<sup>[13]</sup>。假

设空间点  $A$  ( $B$ 、 $C$  同理) 在第  $i$  组图像中的成像点分别为  $a_0^i$  和  $a_1^i$ , 有:

$$g_5(f_0, f_1, r_x, r_y, r_z, t_x, t_y, t_z) = |a_1^{iT} K_1^{-T} [t_1]_x R_1 K_0^{-1} a_0^i| \quad (5)$$

其中,  $[t_1]_x$  为由  $t_1$  定义的反对称矩阵, 它的形式为:

$$[t_1]_x = \begin{bmatrix} 0 & -t_{1z} & t_{1y} \\ t_{1z} & 0 & -t_{1x} \\ -t_{1y} & t_{1x} & 0 \end{bmatrix}$$

因此, 根据 (1) ~ (5) 式可以建立最终的优化目标函数:

$$g(x) = \min \left( \rho_1 \sum_{i=1}^N \left( [g_1(x)]^2 + [g_2(x)]^2 + [g_3(x)]^2 \right) + \rho_2 \sum_{i=1}^{2N} \left( [g_4(x)]^2 + [g_5(x)]^2 \right) \right) \quad (6)$$

其中  $x = (f_0, f_1, r_x, r_y, r_z, t_x, t_y, t_z)^T$ ,  $\rho_1$  和  $\rho_2$  为权重系数, 本文中取  $\rho_1 = 1500$ ,  $\rho_2 = 1$ , 需要优化的参数一共为8个, 以前面线性求解得到的内外参数值作为初值, 利用Levenberg-Marquardt方法求解此非线性优化问题, 就可以得到双目视觉内、外参数的最优解。此外, 本文中采用 (6) 式作为优化目标函数, 相比于采用捆绑调整(Bundle Adjustment)方法建立的优化目标函数, 形式更简单, 大大减少了待优化变量的个数; 相比于文献[4]中的优化目标函数, 利用了图像上所有特征点的信息, 算法的鲁棒性更好, 标定精度也略有提高。

### 3.4 多摄像机内外参数的统一 (Integration of Multi-camera's Internal and External Parameters)

一般情况下, 在两两标定时, 两摄像机公共视场内空间点的个数越多, 标定结果越准确。因此, 在确定某一摄像机的有效焦距时, 选择那些与其有关, 且图像之间特征点对较多的两两标定结果, 取平均值作为这个摄像机的最终有效焦距。

在确定某一摄像机的外参数矩阵时, 除了需考虑它与其它摄像机之间公共视场内空间点的个数, 还应考虑它到参考坐标系的转换次数。因为, 转换次数越多, 误差传播越严重, 结果就可能越不准确。综合考虑前面二者的影响, 应沿这个摄像机到参考坐标系的最短路径, 求解外参数矩阵。这时, 可以应用图论里的有关方法, 例如Dijkstra最短路径法<sup>[14]</sup>等, 即把整个多摄像机系统用一个无向图表示, 每一个顶点代表一个摄像机, 如果第  $i$  号和第  $j$  号摄像机公共视场内空间点的个数为  $M_{ij}$ , 则连接相应两顶点边的权重为  $1/M_{ij}$ 。如果  $M_{ij} = 0$ , 则相应的两顶点之间没有连线。这样, 某一摄像机到参考坐标系的最短路径, 即为从这个摄像机出发到参考坐标系的所有路径中, 沿途各边的权重之和最小的路径。

最短路径确定以后, 就可以求出这个摄像机相对于参考坐标系的旋转矩阵和平移向量。例如, 假设最短路径中第  $i$  号到第  $j$  号摄像机的旋转矩阵和平移向量为  $(R_{ij}, t_{ij})$ , 第  $j$  号到第  $k$  号摄像机的旋转矩阵和平移向量为  $(R_{jk}, t_{jk})$ , 则第  $i$  号到第  $k$  号摄像机的旋转矩阵和平移向量为:

$$R_{ik} = R_{jk} R_{ij}$$

$$t_{ik} = R_{jk} t_{ij} + t_{jk}$$

## 4 仿真结果 (Simulation Results)

### 4.1 双目标定仿真结果 (Simulation Results of Pair-wise Calibration)

仿真实验中, 两个摄像机的有效焦距都是800 pixel, 图像分辨率均为1024 pixel × 768 pixel, 一维标定物上  $A$ 、 $C$  两点之间的距离为210 mm, 点  $B$  为线段  $AC$  的三等分点, 且  $A$ 、 $B$  两点间的距离为70 mm, 第0号摄像机到第1号摄像机的旋转矩阵和位移向量分别为:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.2919 & -0.0721 & 0.9537 \\ 0.4546 & 0.8877 & -0.0721 \\ -0.8415 & 0.4546 & 0.2919 \end{bmatrix} \quad t_1 = \begin{bmatrix} -700 \\ 100 \\ 600 \end{bmatrix}$$

一维标定物在双目视场中随机挥舞500次, 在得到的图像点上叠加均值为0, 标准差  $\sigma$  从0到1, 每隔0.1像素变化的高斯噪声。每个噪声水平下做10次实验, 取平均值作为该噪声水平下的实验结果。标定结果如图2所示。图中RMS为重建各组图像中一维标定物上  $A$ 、 $C$  两端点距离与真实值的均方根误差。

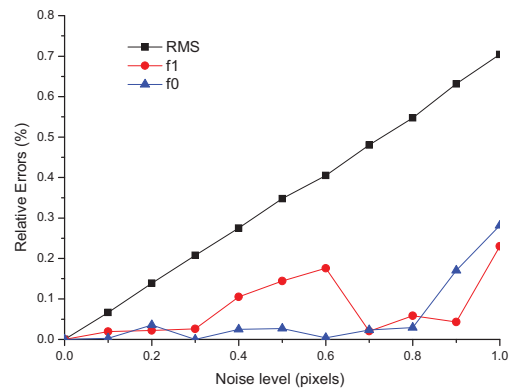


图2 不同噪声下两摄像机的标定结果

由图2可知, 在噪声等级为1个像素时, 两摄像机的有效焦距标定误差在0.5%左右, RMS的标定误差在0.7%左右, 算法具有较好的鲁棒性和标定精度。另外, 在仿真中还发现, 一维标定物在两摄像机图像上的投影点越是布满整个图像平面, 双目标定的结果越稳定和精确。

在前面的分析中, 我们一直假设两摄像机的主点位置在图像的中心处。下面来研究下, 当两摄像机的

主点位置不在图像的中心处时，一维标定的结果会如何变化。假设两摄像机的主点沿图像的对角线  $u=v$  方向变化，在得到的图像点上叠加均值为0，标准差  $\sigma=0.5$  的高斯噪声（即图像上的特征点位置坐标提取误差在1个像素内），一维标定物上  $A$ 、 $C$  两端点重建距离与真实值的均方根误差RMS的标定结果如图3所示。

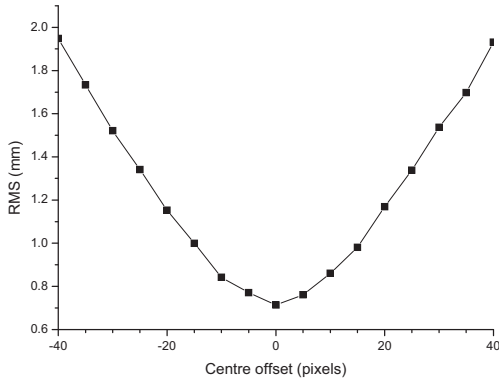


图3 主点位置偏离图像中心时一维标定物上  $A$ 、 $C$  两端点距离误差标定结果

由图3可知，当主点位置在较大范围内发生变化时，RMS的标定结果变化很小，一维标定仍能获得比较好的标定精度。因此，我们假设摄像机的主点位置位于图像中心处，是合理可行的。

#### 4.2 多摄像机标定仿真结果(Simulation Results of Multi-camera Calibration)

仿真实验中，所有摄像机的有效焦距都是800 pixel，图像分辨率均为1024 pixel  $\times$  768 pixel，一维标定物上  $A$ 、 $C$  两点之间的距离为210 mm，点  $B$  为线段  $AC$  的三等分点，且  $A$ 、 $B$  两点间的距离为70 mm，外参数矩阵  $[R \ t]$  中的旋转矩阵  $R$  以绕  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的旋转角（即欧拉角  $\psi$ ， $\theta$ ， $\phi$ ）形式表示，平移向量  $t = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ 。各摄像机之间的位置关系如表1所示：

表1 各摄像机之间的位置关系

编号	$\psi / (^\circ)$	$\theta / (^\circ)$	$\phi / (^\circ)$	$t / (mm)$
0 $\rightarrow$ 1	28.65	28.65	28.65	$(-400 \ 0 \ 300)^T$
0 $\rightarrow$ 2	45.84	45.85	45.84	$(-300 \ 0 \ 700)^T$
0 $\rightarrow$ 3	65.41	-65.41	-65.41	$(250 \ 0 \ 600)^T$
0 $\rightarrow$ 4	8.11	-8.11	-8.11	$(400 \ 0 \ 700)^T$
0 $\rightarrow$ 5	-27.69	-27.69	-27.69	$(500 \ 0 \ 300)^T$

把上面固定有若干个特征点的直角三角板，水平地放置于多摄像机系统环绕区域的大约中心位置，分别以它的两条直角边为  $O_b X_b$  轴和  $O_b Y_b$  轴， $O_b Z_b$  轴的正方向为竖直向上。 $O_b X_b Y_b Z_b$  为我们所定义的参考坐

标系，假定参考坐标系到第0号摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量已知，且分别为：

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0.3864 & -0.1055 & 0.9163 \\ 0.4869 & 0.8670 & -0.1055 \\ -0.7833 & 0.4869 & 0.3864 \end{bmatrix} \quad t_0 = \begin{bmatrix} -100 \\ 300 \\ -600 \end{bmatrix}$$

一维标定物在多摄像机所环绕的区域内随机挥舞400次。如图4所示，多摄像机系统可以用一个无向图表示，边上的数为两摄像机公共视场内空间点的个数和该边的权重。由图4可知，第0号摄像机和第3号摄像机公共视场内没有空间点，根据Dijkstra最短路径法，容易找到它们之间的最短路径为3-4-0；由于第5号摄像机和第0号摄像机公共视场内空间点的个数较少，因此它们之间的最短路径为5-4-0。图4中的实线表示各摄像机到第0号摄像机的最短路径。

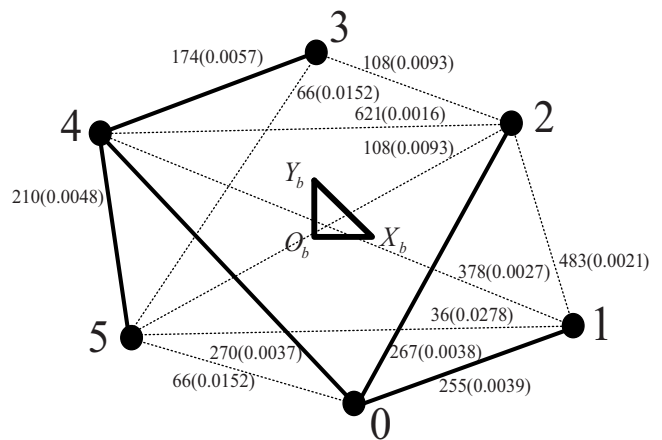


图4 多摄像机系统的无向图表示

所有摄像机到第0号摄像机的最短路径确定后，根据前面介绍的多摄像机内、外参数统一的原理，可以确定每个摄像机的有效焦距以及它与参考坐标系之间的位置关系。仿真中，在得到的图像点上叠加均值为0，标准差  $\sigma=0.5$  的高斯噪声，各摄像机有效焦距的标定结果如表2所示：

表2 各摄像机有效焦距的标定结果

编号	标定值 (pixel)	误差 (%)
0	803.69	0.461
1	800.02	0.003
2	801.90	0.238
3	802.60	0.325
4	803.31	0.413
5	798.99	0.126

参考坐标系到各摄像机坐标系的旋转矩阵（以欧拉角  $\psi$ ， $\theta$ ， $\phi$  的形式表示）的标定结果如表3所示：

表3 各摄像机旋转矩阵的标定结果

编号	标定值 ( $^\circ$ )			误差 ( $^\circ$ )		
	$\psi$	$\theta$	$\phi$	$\Delta\psi$	$\Delta\theta$	$\Delta\phi$
0						
1						
2						
3						
4						
5						

0	51.6	51.6	51.6	0	0	0
1	76.9	35.8	69.9	-0.09	-0.03	-0.12
2	55.1	24.4	52.3	-0.10	0.05	-0.06
3	-11	41.8	22.5	-0.41	0.34	-0.48
4	54.6	63.0	46.7	-0.06	-0.03	-0.11
5	-2	39.5	-23	0.18	-0.06	0.28

参考坐标系到各摄像机坐标系的平移向量（以两坐标系原点间的距离形式表示）的标定结果如表4所示：

表4 各摄像机平移向量的标定结果

编号	标定值 (mm)	误差 (mm)
0	678.23	0
1	967.53	1.48
2	1145.50	-1.90
3	663.87	-6.70
4	351.54	-1.89
5	779.27	-0.03

由表2可知，各摄像机有效焦距的标定结果最大误差在0.5%左右，标定结果较为准确。从表3和表4可以看出，除第3号摄像机外，其它几个摄像机的外参数标定结果比较准确。第3号摄像机外参数标定误差稍大的原因可能是：第3号摄像机和第4号摄像机公共视场内的空间点个数不够多或分布不够均匀。

## 5 结论(Conclusions)

本文提出了一种基于一维标定物的多摄像机标定方法。利用已知长度的一维标定物在多摄像机的视场空间中自由运动，根据拍摄的一维标定物的图像，先由双目标定方法进行两两标定，然后再统一标定多摄像机的内、外参数。两两标定时，标定精度对主点位置的变化不敏感，证实了本文假设摄像机主点位于像面中心的合理性。在统一标定各摄像机的内、外参数时，应用图论里的最短路径法能有效地解决这个问题。仿真结果表明本文算法具有较好的鲁棒性和标定精度。

## 参考文献(References)

- [1] Svoboda T., Martinec D., Pajdla T. A Convenient Multicamera Self-Calibration for Virtual Environments[J]. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 2005, 14(4): 407-422.
- [2] 王亮, 吴福朝. 基于一维标定物的多摄像机标定[J]. *自动化学报*, 2007, 33(3): 225-231.
- [3] 刘震, 张广军, 魏振忠. 一维靶标的多视觉传感器全局校准[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(11): 2274-2280.
- [4] 张灵飞, 陈刚, 叶东, 车仁生. 用自由移动的刚性球杆校准多摄像机内外参数[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(8): 1942-1952.
- [5] Zhang Z. Camera Calibration with One-Dimensional Objects[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(7): 892-899.
- [6] Mitchelson J., Hilton A. Wand-based Multiple Camera Studio Calibration[R]. *Technical report, Centre for Vision, Speech and Signal Processing*, University of Surrey, UK, 2003.
- [7] Kurillo G., Zeyu L., Bajcsy R. Wide-area External Multi-camera Calibration Using Vision Graphs and Virtual Calibration Object[C]// *Proceedings of Second ACM/IEEE International Conference on Distributed Smart Cameras*. 2008: 1-9.
- [8] Sun B., He Q., Hu C., Meng M.Q.-H. A New Camera Calibration Method for Multi-camera Localization[C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Automation and Logistics*. 2010: 7-12.
- [9] Ueshiba T., Tomita F. Plane-based Calibration Algorithm for Multi-camera Systems via Factorization of Homography Matrices[C]// *Proceedings of Ninth IEEE International Conference on Computer Vision*. 2003: 966-973.
- [10] Hartley R.I. In Defense of the Eight-Point Algorithm[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(6): 580-593.
- [11] Hartley R.I. Extraction of Focal Lengths from the Fundamental Matrix[R]. *GE internal report, G.E.CRD, Schenectady, NY*, 1993.
- [12] Hartley R.I. Estimation of Relative Camera Positions for Uncalibrated Cameras[C]// *Proceedings of Second European Conference on Computer Vision*. 1992: 579-587.
- [13] 孙军华, 吴子彦, 刘谦哲, 张广军. 大视场双目视觉传感器的现场[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(3): 633-640.
- [14] Chen J.C. Dijkstra's Shortest Path Algorithm[J]. *Formalized Mathematics*, 2003, 11(3): 237-247.