

# 一种四旋翼飞行控制能力实时评估方法

刘斌<sup>1,2</sup>, 赵峙尧<sup>1</sup>, 杨斌先<sup>1</sup>, 全权<sup>1</sup>, 蔡开元<sup>1</sup>

1. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100191

2. 北京航空航天大学中法工程师学院, 北京 100191

E-mail: liubin@ecpk.buaa.edu.cn; zzy@asee.buaa.edu.cn; yangbinxian@asee.buaa.edu.cn; qq\_buaa@buaa.edu.cn; kycai@buaa.edu.cn;

**摘要:** 为解决四旋翼飞行控制能力在线评估问题, 本文提出一种控制能力的定义以及以可控度为主要依据的控制能力在线评估方法。在四旋翼故障模型基础上, 本文运用扩展卡尔曼滤波方法实现四旋翼故障向量的在线估计, 并通过函数拟合方法建立可控度与故障向量的函数关系, 实现可控度的快速计算, 进而以可控度和控制器性能综合指标实现四旋翼实时控制能力评估。本文以小型四旋翼模型进行仿真, 仿真结果表明该方法可以实现对四旋翼飞行控制能力的实时精确评估。

**关键词:** 四旋翼, 控制能力, 可控度, 扩展卡尔曼滤波

## A Real-Time Assessment Approach to Quadrotor Flight Control Capability

LIU Bin<sup>1,2</sup>, ZHAO Zhiyao<sup>1</sup>, YANG Binxian<sup>1</sup>, QUAN Quan<sup>1</sup>, CAI Kai-Yuan<sup>1</sup>

1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191

2. Beihang Sino-French Engineering School, Beihang University, Beijing 100191

E-mail: liubin@ecpk.buaa.edu.cn, zzy@asee.buaa.edu.cn, yangbinxian@asee.buaa.edu.cn, qq\_buaa@buaa.edu.cn, kycai@buaa.edu.cn

**Abstract:** To solve the problem for the online assessment of the quadrotor flight control capability, this paper proposes a novel definition of control capability, and an approach to assess the control capability online. A quadrotor fault model is presented firstly, and the real-time fault detection is implemented using an Extended Kalman filter. Then, the function fitting method is used to achieve real-time controllability calculation by obtaining the relation between the controllability and the estimated fault vector. Finally, the online assessment of control capability is achieved by the integration of the controllability and the performance factor of the control law. A simulation based on a quadrotor shows that the proposed approach can achieve an accurate online assessment of quadrotor flight control capability.

**Key Words:** Quadrotor, Control Capability, Controllability, Extended Kalman Filter

### 1 引言

四旋翼飞行器以其对复杂地形的适应度好, 尺寸小, 安全性强, 可垂直起降、悬停等特点, 越来越多地投入到救援、军事、航拍、农业等实际应用领域<sup>[1]</sup>。四旋翼运行过程中, 电机带动螺旋桨在复杂空域环境中长时间高速旋转, 极易受损, 是四旋翼飞行器最易出现故障的部分<sup>[2]</sup>。目前关于受损四旋翼飞行控制的研究大多关注于电机及桨叶受损后的控制律设计<sup>[3]</sup>, 忽略了其受损后控制能力评估的研究。本文提出以可控度为主要依据的四旋翼飞行控制能力在线评估方法。可控度是对可控性概念的推广, 将其从二值概念推广到连续的标量概念。可控度越大表示系统越容易

控制, 即在一定的时间内能将更大范围的初始状态控制到原点, 反映系统的控制能力<sup>[4]</sup>。可控度的大小与飞行器的模型和控制输入约束有直接关系, 所以飞行器的作动器受损必然会引起可控度的变化。因此, 在四旋翼飞行器故障模型基础上, 本文利用扩展卡尔曼滤波估计系统故障, 进而计算可控度的变化, 以达到控制能力评估的目的。

本文结构如下: 第二章介绍了四旋翼的非线性故障模型并对本文的研究问题进行系统描述, 第三章建立控制能力在线计算的方法并进行论述, 第四章利用加入模拟故障的四旋翼模型对本研究进行仿真, 最后第五章总结本研究并给出未来研究方向。

### 2 问题描述

在四旋翼稳定飞行过程中, 若四个旋翼中的一个或者几个受到外界损伤, 控制力减小, 系统控制能力会受这类损伤影响而相应的下降。在飞行过程中, 系统控

\*此项目得到: 国家自然科学基金资助项目(61104012)、教育部博士点基金资助项目(20111102120008)、北京高校“青年英才计划”(YETP1071)、北京市优秀博士学位论文指导教师科技项目(20121000602)支持。

制能力无法被直接测量。但是，通过四旋翼可测量的输入与输出，其控制能力可以通过可控度的在线估计间接得到。本文以实现通过计算可控度来在线估计四旋翼控制能力为目标。首先，本章介绍四旋翼飞行器的故障模型，并给出了控制能力的定义和计算方法，并提出研究问题及解决方案。

## 2.1 四旋翼飞行器故障模型

设  $S_l = \{e_x, e_y, e_z\}$  为惯性坐标系， $S_b = \{e_1, e_2, e_3\}$  为机体坐标系，根据文献[5]中四旋翼动力学模型，结合文献[3]中包含虚拟控制量形式，得到其悬停姿态下简化的非线性动力模型：

$$\begin{cases} \dot{x} = G(x) + B(x)u \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

其中，

$$x = [\phi, \theta, \psi, z, p, q, r, v_z]^T \quad (2)$$

表示系统状态量，状态量  $\phi, \theta, \psi$  表示四旋翼的滚转角、俯仰角和偏航角； $p, q, r$  表示滚转角速率、俯仰角速率和偏航角速率； $z$  表示高度， $v_z$  表示垂直方向速度。状态向量  $x$  中的状态均可测量。系统矩阵  $G(x)$  为

$$G(x) = \begin{bmatrix} p + \tan \theta (r \cos \phi + q \sin \phi) \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ \sec \theta (r \cos \phi + q \sin \phi) \\ v_z \\ \frac{(I_y - I_z)rq}{I_x} \\ \frac{(I_z - I_x)pr}{I_y} \\ \frac{(I_x - I_y)pq}{I_z} \\ g \end{bmatrix} \quad (3)$$

系统矩阵  $G$  中  $I_x, I_y$  和  $I_z$  表示四旋翼绕机体坐标系  $S_b$  中  $e_1, e_2$  和  $e_3$  轴的转动惯量。控制矩阵  $B(x)$  为

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中， $m$  表示四旋翼质量。 $u$  表示虚拟控制量

$$u = [L, M, N, F]^T \quad (5)$$

其中， $F$  为电机推力总和， $L, M, N$  分别代表旋翼提供的滚转力矩，俯仰力矩和偏航力矩。虚拟控制量是由每个旋翼实际提供的升力  $f = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$  转换得到，其与  $u$  之间满足<sup>[3]</sup>：

$$u = Hf \quad (6)$$

其中， $H$  为标称控制输入常量矩阵，即通过各电机提供的力计算合力和各方向力矩的控制转换矩阵：

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ l \sin(\varphi_1) & l \sin(\varphi_2) & l \sin(\varphi_3) & l \sin(\varphi_4) \\ l \cos(\varphi_1) & l \cos(\varphi_2) & l \cos(\varphi_3) & l \cos(\varphi_4) \\ -\eta & \eta & -\eta & \eta \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中， $l$  代表旋翼中心到质心的距离； $\eta$  表示旋翼正常工作情况下扭矩与升力的比值；角度  $\varphi_i$  表示平面内各旋翼与机体坐标系中  $e_1$  轴方向逆时针夹角，对于四旋翼为

$$[\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4] = [0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ] \quad (8)$$

假设四旋翼悬停过程中旋翼受到外部破坏，发生一定损坏，受损程度未知，则旋翼输出量减少。为描述旋翼受损后升力输出能力，本文以比例模型表示故障后旋翼输出，定义旋翼输出残余矩阵

$$K = \text{diag}(k_1, k_2, k_3, k_4), k_i \in [0, 1] \quad (9)$$

表示第  $i$  个旋桨受损后剩余输出量为正常的  $100k_i\%$ ，其中  $k_i \in [0, 1]$ ，大小未知， $k_i = 1$  表示该旋翼没有故障，可以正常输出； $k_i$  越接近 0，故障程度越高，输出的力越小。由控制器输出每个电机工作指令  $f_c = [f_{c,1}, f_{c,2}, f_{c,3}, f_{c,4}]^T$ ，其输出范围受电机约束  $f_c \in [a, b]^4$ 。那么根据式(9)定义，第  $i$  个旋翼由于故障实际升力输出范围  $f_i \in [k_i a, k_i b]$ 。则四个旋翼实际提供的力大小为  $f = [k_1 f_{c,1}, k_2 f_{c,2}, k_3 f_{c,3}, k_4 f_{c,4}]^T = Kf_c$ 。根据式(6)，将故障量进行分离后记为：

$$u = Hf = HKf_c = Hf_c - H(I - K)f_c \quad (10)$$

记控制器输出的控制指令为

$$u_c = Hf_c \quad (11)$$

故障向量  $d = [d_1, d_2, d_3, d_4]^T$  并令

$$d = H(I - K)f_c \quad (12)$$

可以得到

$$u = u_c - d \quad (13)$$

式(13)代入方程(1)系统，得到故障分离后的四旋翼飞行器故障模型：

$$\begin{cases} \dot{x} = G(x) + B(x)u_c - B(x)d \\ y = x \end{cases} \quad (14)$$

## 2.2 控制能力概念定义、指标及计算

本文在可控度的基础上建立控制能力的概念，控

制能力指标, 记为  $P$ , 定义为系统当前状态与稳定可控范围边界之间的距离。值得注意的是, 定义中控制能力是在系统可控能力基础上, 涵盖了系统能在控制器作用下保持稳定的能力。可控性是现代控制理论中的一个重要的概念, 表示了一个系统是否能控制的特性, 是一个二值概念, 而可控度则将可控性概念的二值性扩展到了一个连续标量概念<sup>[4]</sup>。可控度在一定程度上表示了一个系统的控制难易程度, 其数学定义如下:

对于系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (15)$$

其中  $x(t) \in R^n$  为系统状态,  $u(t) \in [a, b]^m \in R^m$  (对于本文中四旋翼  $m = 4$ ) 为控制输入。

定义 1<sup>[4]</sup>: 恢复域: 系统(15)在时间  $T$  的恢复域定义为:

$$\Phi = \{x(0) | \exists u(t) \in [a, b]^m, t \in [0, T], \text{st } x(T) = 0\} \quad (16)$$

定义 2<sup>[4]</sup>: 可控度  $\rho$ : 系统(15)在时间  $T$  的可控度定义为:

$$\rho = \inf \|x(0)\| \quad \forall x(0) \notin \Phi \quad (17)$$

其中  $\|\cdot\|$  表示欧几里得范数。当系统可控度为零时表示系统是不可控的。可控度越大表示系统越容易控制即在一定的时间内能将更大范围的初始状态控制到原点。由式(15)知, 可控度是针对线性系统建立。本文四旋翼非线性模型以平衡点处线性化方法近似转化为线性系统, 以计算其近似可控度。

可控度范围由系统模型确定, 可以抽象为状态空间内的超球体, 其半径为可控度  $\rho$ 。由于控制器设计缺陷, 系统会出现可控度超球范围会大于控制器的稳定控制范围的情况, 如对于设计时动态性能差的 PID 控制器, 无法将可控度超球体范围内的所有状态在  $T$  内控制到原点并稳定。因此定义在状态空间内控制器在时间  $T$  内能使系统被稳定控制的状态范围为系统稳定域, 用以表示实际保持稳定可控的难易程度。稳定域可能小于可控度范围。故系统的控制能力除受模型约束外, 还取决于受损状况下控制器性能<sup>[3]</sup>。

基于此, 本文定义系统控制能力  $P$  即系统状态距稳定域边界的距离。此距离越大, 系统可稳定控制的余度越大, 系统控制能力越强; 反之控制能力弱。本文定义控制能力归一化指标  $P \in [0, 1]$  为

$$P(x, \rho, \varepsilon) = \max\left(1 - \frac{\|x\|}{\varepsilon\rho}, 0\right) \quad (18)$$

其中,  $\|x\|$  表示状态空间中状态点到控制原点距离,  $\varepsilon$  是控制器性能系数,  $\varepsilon\rho$  近似表示稳定域半径。本文作此定义, 因为稳定域的计算是非常复杂的, 为快速计算出此范围, 所以假设无论四旋翼系统是否受损,

其稳定域是系统可控度以控制器性能系数  $\varepsilon$  比例缩小, 即如图 1 所示, 稳定域的半径与可控度范围半径  $\rho$  的关系为

$$\rho_{\text{稳定}} = \varepsilon\rho \quad (19)$$

其中  $\varepsilon \in (0, 1]$ ,  $\varepsilon$  越大, 稳定域越接近可控度极限;  $\varepsilon$  越小, 稳定域越小。不同的控制器有着不同的性能系数, 假设 PID 控制器对于非线性系统控制性能低于加性状态分解(Additive-State-Decomposition, ASD)控制器<sup>[3]</sup>, 即按照定义: 针对相同系统, 可控度大小不变的情况下, 使用 ASD 控制器的系统稳定域大于使用 PID 控制器的系统,  $\varepsilon(\text{ASD}) > \varepsilon(\text{PID})$ 。在四旋翼系统飞行控制器确定后, 可通过 Monte-Carlo 仿真方法得到控制器性能系数  $\varepsilon$ 。

需要说明的是, 式(19)计算旨在近似得到非线性系统的稳定域范围, 需要首先计算近似可控度范围, 再计算性能系数。可控度定义针对线性系统且只与系统模型有关, 同时线性系统的可控度计算是相对简便的, 所以图 1 中可控度范围是对真实系统近似后的线性系统计算得到, 约等于非线性系统实际可控度范围。而控制器性能系数  $\varepsilon$  是由实际控制器作用于真实非线性系统, 在前一步得到的近似可控度范围内通过 Monte-Carlo 仿真或者大量历史经验数据统计系统稳定控制范围, 进而得到系统实际稳定域对于近似可控度范围的比例。因此, 本文将  $\varepsilon$  分离首先有利于方法对于不同控制器的适用性, 其次可以修正近似可控度范围计算的误差, 使非线性系统的稳定域更加准确。

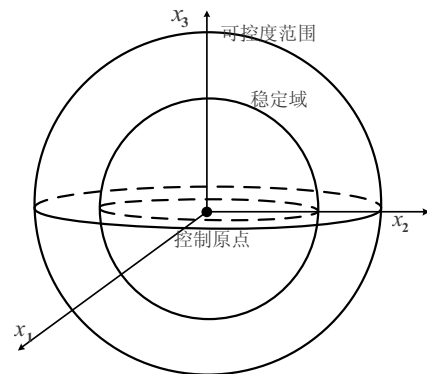


图 1 稳定域的定义

见图 2 中例子, 稳定系统从状态点  $x_a$  变化到  $x_b$  过程中的控制能力, 即  $\rho, \varepsilon$  不变, 状态点到稳定域边界距离, 从  $P(x_a, \rho, \varepsilon)$  变为  $P(x_b, \rho, \varepsilon)$ 。需要强调的是, 本文定义的控制能力是系统控制能力定义的一种, 与其他定义不存在互斥性。本文对于系统控制能力的定义在考虑了可控度的基础上, 综合了控制器性能影响, 对控制能力的刻画是全面且有意义的。同时, 本文旨在实时评估四旋翼飞行控制能力, 因此为提高运算速度, 控制器性能系数  $\varepsilon$  采用离线 Monte-Carlo

仿真实验得到结果后作为已知量使用。

### 2.3 问题提出及解决方案

本文定义部分的建立是围绕本文主要问题，即四旋翼系统控制能力的在线评估。通过控制能力指标的定义，使问题转化为实时计算四旋翼系统控制能力指标(17)。为达到此目的，本文将控制能力指标计算通过其定义进行逻辑反推建立解决方案。

根据 2.2 节中控制能力指标的定义，控制能力指标的实时计算需要计算稳定域和系统状态，其中系统状态由滤波器估计得到。稳定域的计算由式(19)定义得到。由于控制器性能系数通过仿真得到后作为已知输入，因此只需计算系统实时可控度就可以计算出稳定域。

给定时间  $T$  后，可控度由系统动力学模型和控制输入范围决定。由于旋翼质量微小，当旋翼损坏后，系统转动惯量变化可忽略，即系统动力学模型不发生变化，旋翼的损坏仅造成动力输出的下降。所以，可控度变化仅有输出范围下降决定。对于本文中四旋翼故障模型(14)，第  $i$  个电机已知正常时电机输出范围  $[a, b]$ ，受损下输出范围  $f_i \in [k_i a, k_i b]$ ，其中  $k_i$  未知。可知本文研究情形下，四旋翼的可控度

$$\rho = \rho(k_1, k_2, k_3, k_4) \quad (20)$$

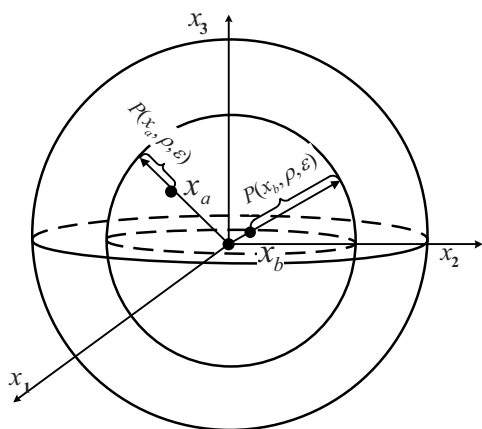


图 2 控制能力定义

因此要计算可控度，只需要建立故障模型并运用观测器估计故障系统的未知的输出残余矩阵：

$$\hat{K} = \text{diag}(\hat{k}_1, \hat{k}_2, \hat{k}_3, \hat{k}_4) \quad (21)$$

至此，本问题的解决步骤可以概括为：(1) 状态量及故障向量估计，(2) 基于故障向量计算输出残余矩阵，(3) 基于残余矩阵实现可控度在线计算，(4) 计算控制器性能系数，(5) 在线计算当前系统稳定域，(6) 根据状态与稳定域实时计算系统控制能力。

## 3 四旋翼飞行器控制能力实时估计

### 3.1 实时评估方法

由 2.2 节中的计算方法，四旋翼控制能力计算需要计算系统实时状态并估计系统故障向量。系统实际状态未知，只能通过观测得到。为消除观测噪声影响并估计未知的故障向量，本文以扩展卡尔曼滤波器对状态量和故障向量进行在线估计。

同时因为可控度计算算法速度慢，为实现在线估计，本文以拟合函数的方法实现可控度快速计算；并以 Monte-Carlo 方法仿真出控制器性能参数。

### 3.2 基于扩展卡尔曼滤波的故障估计

本文采用扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)的方法快速估计系统(14)中故障向量。EKF 在每次计算时对状态方程进行线性化然后利用线性卡尔曼滤波方法进行状态估计<sup>[6]</sup>，从而达到对故障状态实时的估计。

首先，对系统(14)进行状态扩维，将故障部分  $d$  扩展为状态变量，假设系统故障是慢变的，即  $\dot{d} = w_d$ ， $w_d$  为均值为 0，方差已知的白噪声。对四旋翼系统扩维后并进行离散化得到四旋翼离散化故障模型为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ d_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(x_k) + B(x_k)u_{c,k+1} - B(x_k)d_k \\ d_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Dw_{s,k} \\ w_{d,k} \end{bmatrix} \\ y_k = [I_{8 \times 8} \quad 0_{4 \times 8}] \begin{bmatrix} x_k \\ d_k \end{bmatrix} + w_{y,k} \end{cases} \quad (22)$$

其中， $D$  为已知的噪声分布矩阵， $D = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ 。 $w_{s,k}$  表示状态  $p, q, r$  的干扰噪声，方差为  $Q$ ，即实际中电机执行控制器指令时的干扰及模型存在的扰动等。 $w_{y,k}$  表示观测噪声，方差为  $R$ 。假设噪声均满足白噪声特性、互不相关，即均值为 0，方差已知。

利用 EKF 算法<sup>[7]</sup>对系统(22)在平衡点进行线性化后进行滤波。通过将系统实时观测量代入(22)系统运用 EKF 算法，算法见表 1，即可得到故障向量  $\hat{d}$  的估计。

表 1 EKF 滤波算法核心方程

1、先验估计	$\begin{bmatrix} \hat{x}_k^- \\ \hat{d}_k^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(\hat{x}_{k-1}) + B(\hat{x}_{k-1})(u_k + \hat{d}_{k-1}) \\ \hat{d}_{k-1} \end{bmatrix}$
2、Jacobians 矩阵及后验协方差矩阵	$A_k = \frac{\partial G}{\partial x} \Big _{\hat{x}_{k-1}}; H_k = [I_{8 \times 8} \quad 0_{4 \times 8}];$ $\hat{P}_k = A \hat{P}_{k-1} A^T + D Q D^T$
3、卡尔曼增益	$\Psi_k = \hat{P}_k H_k^T (H_k P H_k^T + R)^{-1}$
4、后验估计	$\begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{d}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_k^- \\ \hat{d}_k^- \end{bmatrix} + \Psi_k (y_k - \hat{y}_k^-)$

5、后验协方差矩阵	$\hat{P}_k = (I - \Psi_k H_k) \hat{P}_k^-$
-----------	--

在已知  $\hat{d}$  基础上，对于  $\hat{K}$  的估计采用优化方法求解。根据式(12)建立优化目标

$$\min_{\hat{k}_i \in [0,1], i=1,2,3,4} \|(I - \hat{K})f_c - H^{-1}\hat{d}\|^2 \quad (23)$$

已知  $H$  及每时刻的  $f_c$ ，即可计算每时刻的  $\hat{k}_i$  为  $[0,1]$  范围内一个值。如此便可快速得到残余输出矩阵的估计  $\hat{K}$ 。

### 3.3 可控度的在线计算

由可控度定义可知，在四旋翼飞机出现故障的时刻，电机输出能力开始受损，系统在时间  $T$  内能控制到原点的区域缩小，即恢复域缩小，所以可控度会出现一定程度下降。

文献[4]中的可控度算法为计算恢复域各边界距控制原点的距离并选取最小值，因此算法所需时间较长，无法实现实时计算。为实现近似可控度范围的在线计算，本文通过按照文献[4]中方法计算，较高次数在以随机方式设定四旋翼飞行器各旋翼故障情况时，系统的可控度，以不同类型函数对可控度与残余矩阵  $K$  进行拟合，进而以简化函数替代遍历算法。

根据四旋翼任意旋翼完全受损后，可控度为 0，即  $\rho = 0$ , if  $k_i = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ，选择拟合函数的自变量为

$$\tau = k_1 k_2 k_3 k_4 \quad (24)$$

选取可控度的估计  $\hat{\rho}$  作为输出，用常用函数对随机受损状况下可控度进行拟合，拟合结果见表 2，

表 2 函数拟合结果 (300 次随机故障情况)

序号	拟合函数类型	SSE	R-square
1	$\hat{\rho}(\tau) = a\tau^2 + b\tau + c$	3.7922	0.8789
2	$\hat{\rho}(\tau) = ae^{b\tau} + ce^{d\tau}$	3.0385	0.9022
3	2阶傅立叶模型	3.1017	0.9002

从表 2 中，SSE(Sum of Squares for Error)是误差项平方和。SSE 越小，拟合程度越高；R-square  $\in [0,1]$  表示确定系数，越接近 1 拟合越贴近真实。由此从结果看出，为兼顾计算快速简便以及准确性，选择指数型函数作为简化模型：

$$\hat{\rho}(\tau) = ae^{b\tau} + ce^{d\tau} \quad (25)$$

其中， $a = -1.304$ ,  $b = -9.793$ ,  $c = 1.161$ ,  $d = 0.9444$  为拟合的系数。将通过 Monte-Carlo 仿真得到的控制器性能系数  $\varepsilon$  代入(18)得系统控制能力的指标：

$$P(\hat{x}, \hat{\rho}, \varepsilon) = \max\left(1 - \frac{\|\hat{x}\|}{\varepsilon(ae^{b\tau} + ce^{d\tau})}, 0\right) \quad (26)$$

至此，基于  $\hat{K}$  的实时更新，结合式(24)、(26)，只要确定控制器性能系数，即可估计控制能力。

### 3.4 控制器性能系数仿真计算

为了计算控制器性能系数，本文采取 Monte-Carlo 仿真的方法。以四旋翼正常工作下的系统(1)为仿真系统，计算其可控度  $\rho$ 。设计 PD 控制器：

$$u_c = \begin{bmatrix} k_{P_N}(\bar{\phi} - \phi) - k_{D_L}(\bar{p} - p) \\ k_{P_M}(\bar{\theta} - \theta) - k_{D_M}(\bar{q} - q) \\ k_{P_N}(\bar{\psi} - \psi) - k_{D_N}(\bar{r} - r) \\ k_{P_F}(\bar{z} - z) - k_{D_F}(\bar{v}_z - v_z) \end{bmatrix} \quad (27)$$

其中， $\bar{x}$  形式变量表示控制目标，本文考虑四旋翼水平悬停状态，所以控制目标均为 0。在可控度范围内，以  $[0, \rho]$  范围内均匀概率分布随机选取状态点，通过代入系统控制模型计算，检验在规定时间内 0.8s 内从状态点出发能否使系统控制回原点来检验控制器性能。通过  $S$  次试验，假设有  $S_s$  次成功实现控制目的，那么认为

$$\varepsilon = \frac{S_s}{S} \quad (28)$$

本文中对于控制器性能系数的假设是一种不精确的假设。稳定域的在线估计及其在系统受损后的变化是非常复杂的，需要更多研究。所以仅作此保守假设并留做未来推广思路给出。

## 4 仿真结果

本文选取某小型四旋翼飞行器参数作为仿真对象，建立其如系统(1)形式模型，仿真参数见表 3，

表 3 仿真模型参数表

离散步长 $T_{step}$	1 ms
旋翼到质心距离 $d$	0.28m
扭矩与升力的比 $\eta$	1
惯性矩阵 $diag(I_x, I_y, I_z)$	$diag(0.0411, 0.0478, 0.0599)$ 单位: $kg \cdot m^2$
旋翼升力 $f_i \in [a, b]$	$f_i \in [0, 6]$ 单位: N
质量 $m$	1.535kg
状态初值 $\phi, \theta, \psi, z, p, q, r, v_z$	0.5, 0.5, 5.5053, 10, 0, 0, 0, 0
噪声 $w_s, w_d$ 和 $w_y$ 的方差	$Q = 0.01; R_d = 0.001; R = 0.001$
滤波协方差矩阵初值 $\hat{P}_0$	$0.001I_{12 \times 12}$
PD 控制器参数	$k_{P_N} = 5, k_{D_L} = 0.8$ $k_{P_M} = 2, k_{D_M} = 0.8$ $k_{P_N} = 2, k_{D_N} = 0.4$ $k_{P_F} = 10, k_{D_F} = 8$

运用 PD 控制器控制其保持悬停，在 1000ms 时对旋翼加入模拟故障，仿真选用残余矩阵  $K = \text{diag}(1, 0.7\sigma, 0.9\sigma, 1)$ ，其中  $\sigma = 8.75 \times 10^{-2} t$ 。将故障代入 3.2 节扩展卡尔曼算法中，进行故障估计。结果显示，仿真故障使 2、3 号电机受损程度逐渐增加，四旋翼会由稳定状态变为失控，姿态角不再稳定到 0，高度方向会发散。见图 3，状态估计曲线，高度在 5000ms 左右已经严重偏出 10m 悬停位置。

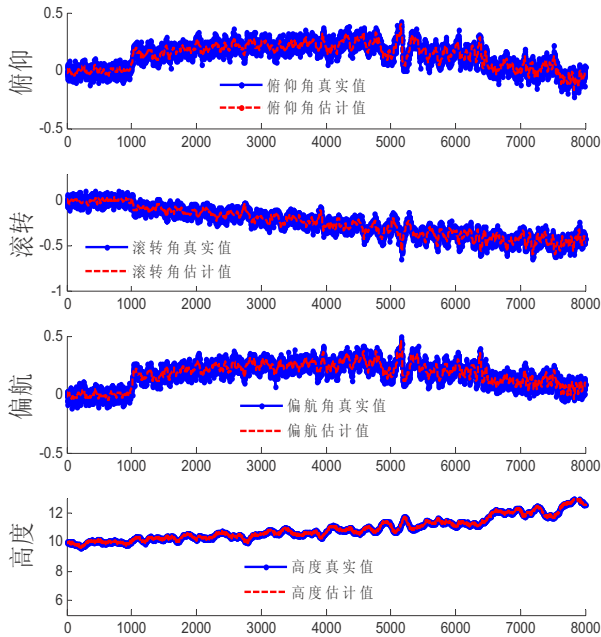


图 3 状态估计结果

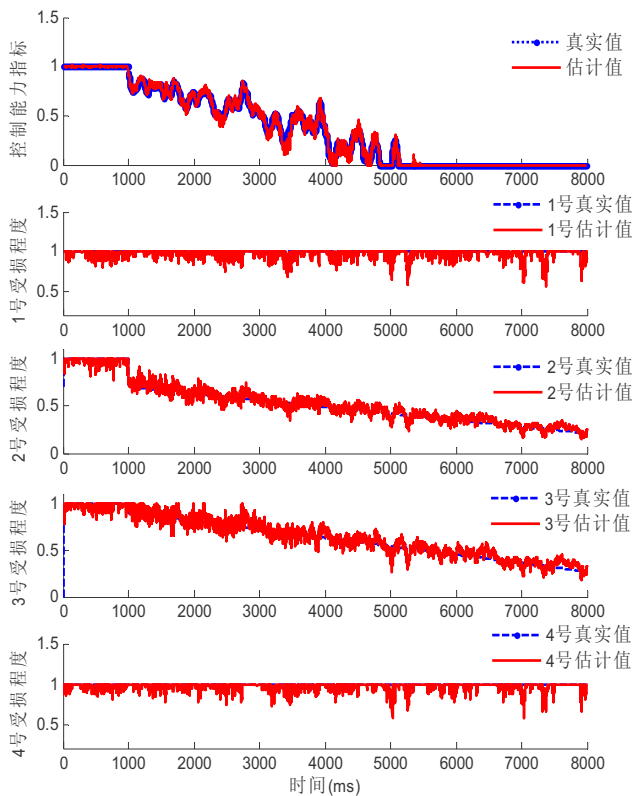


图 4 控制能力估计

图 4 表示各电机剩余输出矩阵估计值  $\hat{K}$  对四旋翼控制能力的在线评估影响结果。其中最上方为控制能力指标估计曲线，曲线随着 2、3 号电机随着故障加剧残余输出量下降而下降最终等于 0。结果反映出本方法可以快速地估计出系统各电机故障状态，并在此基础上准确评估出控制能力的变化。而且当四旋翼受损程度严重，系统接近发散时，本方法估计出的控制能力等于 0，可以起到提前警示作用。

## 5 结论

本文研究了一种针对四旋翼飞机控制能力的在线评估方法。其核心思想是基于扩展卡尔曼滤波精确快速地检测出四旋翼电机故障程度，进而以可控度和控制器性能作为综合指标，在线估计四旋翼电机发生故障后控制能力下降的程度，为任务执行提供参考。为实现可控度在线计算，本文通过建立各个电机故障与可控度的模型来提高可控度计算速度。仿真结果表明，本研究可以在线评估四旋翼的控制能力。

本文选用四旋翼无人机为模型讨论，因为四旋翼飞机的四个电机状态由本模型可以全部观测得到。对于多旋翼飞机可以将转动方向相反力矩相互平衡的旋翼两两归为一组，将其故障影响考虑为一个整体。以六旋翼为例，将每 120 度方向上两个旋翼为一组，同样可以将其共同综合故障程度由本文方法观测出。本方法可以估计出某方向上电机可能出现故障，为无人机维护和任务执行提供参考。

## 参考文献

- [1] D. Hanafi, M. Qetkeaw, R. Ghazali, M.N.M Than, W. M. Utomo, and R. Omar. Simple GUI wireless controller of quadcopter. *International Journal of Communications, Network and System Sciences*, 2013, 6(1): 52-58.
- [2] R. Reddy and R. Ganguli, Structural damage detection in a helicopter rotor blade using radial basis function neural networks. *Smart materials and structures*, 2003, 12(2): 232-241.
- [3] G.-X. Du, Q. Quan, and K.-Y. Cai, Additive-state-decomposition-based dynamic inversion stabilized control of a hexacopter subject to unknown propeller damages. *Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese. IEEE*, 2013: 6231-6236.
- [4] 杨斌先,杜光勋,全权,蔡开元. 输入受限下的可控度分析及其在六旋翼飞行器设计中的应用. *第三十二届中国控制会议论文集*.2013:113-118.
- [5] P. Pounds, R. Mahony, P. Hynes, and J. Roberts, Design of a four-rotor aerial robot. *Australasian Conference on Robotics and Automation*. 2002: 145-150.
- [6] L. Ljung, Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, 24(1): 36-50.
- [7] J. Lee and N. Ricker, Extended Kalman filter based nonlinear model predictive control. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1994, 33(6): 1530-1541.